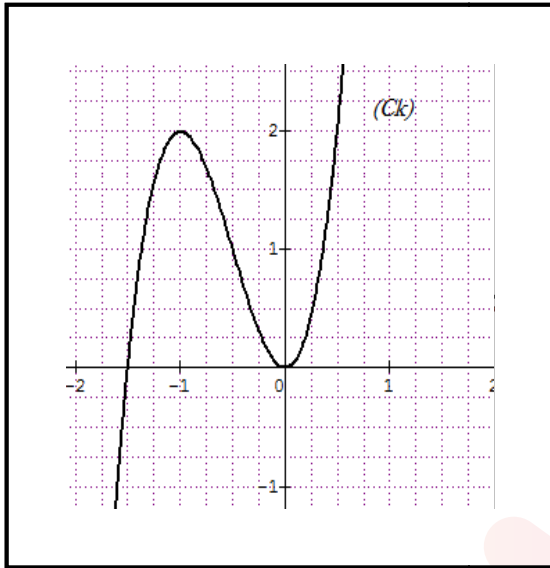


التمرين الأول (06 نقاط):



✓ دالة معرفة على \mathbb{R} بتمثيلها البياني المقابل :

بقراءة بيانية اجب على مايلي:

1 شكل جدول تغيرات الدالة k

2 حدد إشارة $k(x)$ على مجال تعريفها

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\frac{3}{2}, 0[\cup]0, +\infty[$ بـ:

$$h(x) = \ln[k(x)]$$

1 احسب نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

2 ادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج جدول تغيراتها

✓ لتكن الدالة F المعرفة على $]-\frac{1}{2}, 2[\cup]2, +\infty[$ بـ: $F(x) = h(x - 2) - 2$

1 اشرح كيفية إنشاء (C_F) المنحنى البياني لـ $F(x)$ انطلاقا من (C_h) التمثيل البياني للدالة h

2 ارسم (C_h) و (C_F) في نفس المعلم

التمرين الثاني (14 نقطة):

I دالة معرفة على R بالعلاقة التالية: $g(x) = (a - 2x)e^{x+1} + b$ حيث: $(a, b) \in R^2$

(C_g) منحنىها البياني في معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يتحقق الشرطان معا:

✓ g هي حل للمعادلة التفاضلية: $(E): y' - y = -2e^{x+1} - 2$

✓ المنحنى (C_g) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها $(x = -1)$

(2) إذا اعتبرنا أن: $a = 1$ و $b = 2$

أ اكتب عبارة $g(x)$ ثم ادرس تغيراتها

ب بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]0.68, 0.69[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II نعتبر الدالة f دالة معرفة على R بالعلاقة التالية: $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

نسمي (C_f) منحنىها البياني في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j})



(1) أ احسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$$

ب استنتج إشارة الدالة f' على R

(2) بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

(3) أ/ تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x - 3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

ب/ احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$ وماذا تستنتج؟

(4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي $y = 4x - 3$ معادلة له

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم (C_f) و (Δ) والمستقيم الذي معادلته $y = 1$

(III) لتكن الدالة h دالة معرفة على R بالعلاقة التالية : $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

(1) بين أن الدالة h دالة زوجية

(2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم ارسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم السابق

(3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$4|x| + 2 = (-1 - m)(1 + e^{|x|+1})$$



الإجابة النموذجية لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1 جدول تغيرات الدالة k

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$k(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$

2 إشارة $k(x)$ على مجال تعريفها:

x	$-\infty$	$-3/2$	0	$+\infty$
$k(x)$	$-$	0	$+$	$+$

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\frac{3}{2}, 0[\cup]0, +\infty[$: $h(x) = \ln[k(x)]$ 1 نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

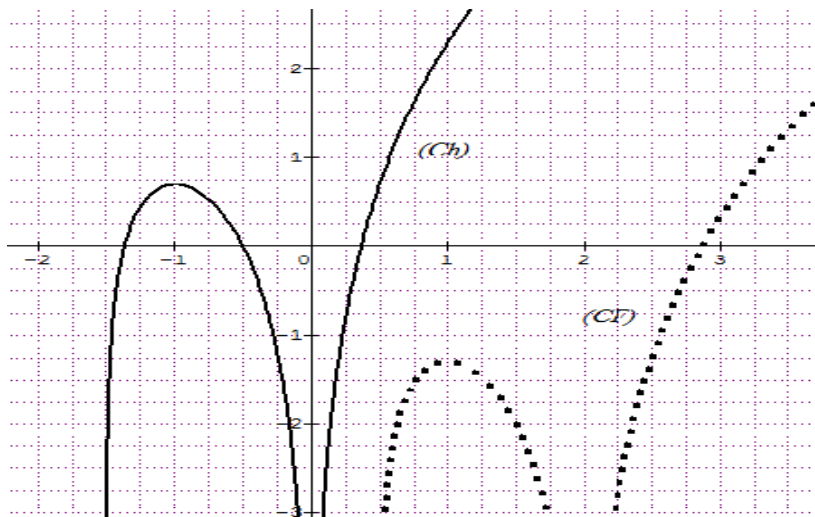
- * $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
- * $\lim_{|x| \rightarrow 0} h(x) = \lim_{|x| \rightarrow 0} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$
- * $\lim_{x \rightarrow -3/2} h(x) = \lim_{x \rightarrow -3/2} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة h واستنتاج جدول تغيراتها:• نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها: لدينا من أجل كل $x \in]-\frac{3}{2}, 0[\cup]0, +\infty[$: $h'(x) = \frac{k'(x)}{k(x)}$ إذن:

x	$-3/2$	-1	0	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$k(x)$	$+$	$+$	$+$	$+$
$h'(x)$	$+$	$-$	$-$	$+$

• جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$h(x)$	$-\infty$	$\ln 2$	$-\infty$	$+\infty$

3 المنحنى البياني (C_h) :



✓ لتكن الدالة F المعرفة على $2, +\infty[\cup]2, \frac{1}{2}]$ بـ: $F(x) = h(x-2) - 2$: $\vec{v}(-2)$ يتم إنشاء (C_F) المنحنى البياني لـ $F(x)$: بانسحاب (C_h) بيان الدالة h بشعاع قدره : $\vec{v}(-2)$ **التمرين الثاني:**

(I) دالة معرفة على \mathcal{R} بالعلاقة التالية : $g(x) = (a-2x)e^{x+1} + b$ **1 عين العددين الحقيقيين a و b : لدينا g هي حل للمعادلة التفاضلية (E) : يعني أن : $g'(x) - g(x) = -2e^{x+1} - 2$ أي : $-2e^{x+1} + (a-2x)e^{x+1} - [(a-2x)e^{x+1} + b] = -2e^{x+1} - 2$ ومنه $-2e^{x+1} - b = -2e^{x+1} - 2$ وبالمطابقة نجد : $b = 2$ ولدينا المنحنى (C_g) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها $(x = -1)$: يعني أن : $g'(-1) = 1$ حيث : $g'(x) = -2e^{x+1} + (a-2x)e^{x+1} = (a-2-2x)e^{x+1}$ ومنه : $(a-2-2(-1))e^{-1+1} = 1$ إذن : $a = 1$ وبالتالي : $g(x) = (1-2x)e^{x+1} + 2$**

1 دراسة اتجاه تغير الدالة g : دالة معرفة على \mathcal{R} بـ : $g(x) = (1-2x)e^{x+1} + 2$

• **نحسب نهايات الدالة g :**
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} ((1-2x)e^{x+1} + 2) = 2$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((1-2x)e^{x+1} + 2) = -\infty$

$g'(x) = (-1-2x)e^{x+1}$

• **نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها :**
 لدينا من أجل كل $x \in \mathcal{R}$ $g'(x) = 0$ إذا كان $(-1-2x) = 0$ أي $x = -\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$g(-\frac{1}{2})$	$-\infty$

اذن:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-

ومنه:

ب اثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا بحيث $\alpha \in]0.68, 0.69[$:

• الدالة g دالة معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على $[-\frac{1}{2}, +\infty[$ اذن فهي حتما معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0.68, 0.69]$

• ولدينا $\begin{cases} g(0.68) = 0.0683 \\ g(0.69) = -0.0594 \end{cases}$ أي $g(0.68) \times g(0.69) < 0$

• اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا حيث $\alpha \in]0.68, 0.69[$

استنتاج إشارة $g(x)$ على \mathcal{R} :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

(II) نعتبر الدالة f دالة معرفة على \mathcal{R} بالعلاقة التالية : $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

1 أ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$:

$f'(x) = \frac{4(1+e^{x+1}) - e^{x+1}(4x+2)}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{4+4e^{x+1} - 4xe^{x+1} - 2e^{x+1}}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{2e^{x+1} - 4xe^{x+1} + 4}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$

ب استنتاج إشارة الدالة f' على \mathcal{R} :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-



(2) بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

$$f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+e^{\alpha+1}} \dots \dots \dots (1) \quad \text{لدينا}$$

$$e^{\alpha+1} = \frac{-2}{(1-2\alpha)} \dots \dots \dots (2) \quad \text{ولدينا : } g(\alpha) = (1-2\alpha)e^{\alpha+1} + 2 = 0 \quad \text{إذن :}$$

بالتعويض (2) في (1) نجد (1) $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+\frac{-2}{(1-2\alpha)}}$ $f(\alpha) = \frac{8\alpha^2+2\alpha-1}{1+2\alpha}$: بعد توحيد المقامات والتبسيط نجد :

$$f(\alpha) = 4\alpha - 1$$

وباستعمال القسمة الإقليدية نجد : $f(\alpha) = \frac{(1+2\alpha)(4\alpha-1)}{(1+2\alpha)}$ ومنه

• **حصر $f(\alpha)$:** لدينا $0.68 \leq \alpha \leq 0.69$

بضرب طرفي المتباينة في العدد (4) نجد : $4(0.68) \leq 4\alpha \leq 4(0.69)$

بإضافة العدد (-1) إلى الطرفين نجد : $4(0.68) - 1 \leq 4\alpha - 1 \leq 4(0.69) - 1$

$$1.72 \leq f(\alpha) \leq 1.76$$

ومنه نستنتج أن:

(3) أ/ التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x + 3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

$$f(x) - (4x + 3) = \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} - 4x - 2 = \frac{4x+2-4x-4xe^{x+1}-2-2e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$$

ب/ حساب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x + 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$ ثم تفسير النتائج هندسيا:

$$- \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x + 3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-2e^{x+1}-4xe^{x+1}}{1+e^{x+1}} \right] = 0$$

ومنه نستنتج أن $y = 4x + 3$ هي معادلة لمستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

$$- \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4x+2}{1+e^{x+1}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4+\frac{2}{x}}{1+\frac{e^{x+1}}{x}} \right] = 0$$

ومنه نستنتج أن $y = 1$ هي معادلة لمستقيم مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

(4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = 4x + 3$

نحل المعادلة : $f(x) - (4x + 3) = 0$ أي $\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = 0$ ويتحقق ذلك إذا كان $(-2-4x) = 0$ أي $x = -\frac{1}{2}$

m	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2}))$	(C_f) تحت (Δ)

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$ <td></td> <td>+</td> <td>-</td>		+	-
$f(x)$ <td></td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>1</td>		$f(\alpha)$	1

(6) ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى البياني (C_f) :



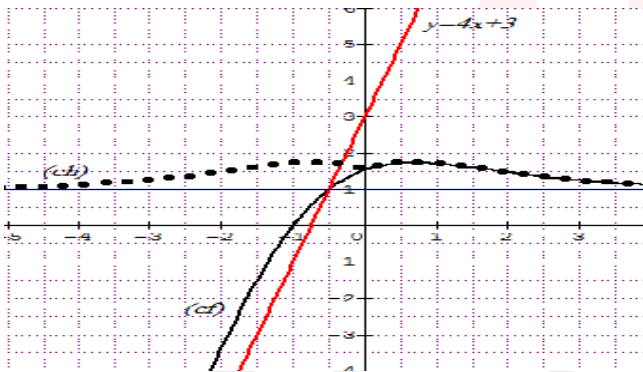
(III) لتكن الدالة h دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

(1) إثبات أن الدالة h دالة زوجية :

$$h(-x) = 1 + \frac{4|-x|+2}{1+e^{-x+1}} = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{x+1}} = h(x)$$

لأن $|-x| = |x|$ ومنه $h(x)$ دالة زوجية

(2) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم السابق :



$$h(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} = f(x) & , x \geq 0 \\ 1 + \frac{2-4x}{1+e^{1-x}} = f(-x) & , x < 0 \end{cases}$$

(3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1$

$$e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 \quad \text{لدينا:}$$

$$4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - (1 + e^{|x|+1}) \quad \text{أي: } 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 - e^{|x|+1}$$

$$\frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} + 1 = -m \quad \text{أي: } \frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} = -m - 1 \quad \text{نجد: } (1 + e^{|x|+1})$$

$$h(x) = -m \quad \text{وبالتالي المعادلة تصبح:}$$

المناقشة

- لا تقبل حل $h(x) = -m$ المعادلة $m \in]-\infty, -f(\alpha)[$
- تقبل حلين مضاعفين احدهما موجب α والآخر سالب $-\alpha$ المعادلة $h(x) = -m$ $m = -f(\alpha)$
- تقبل أربعة حلول حلين موجبين وحلين سالبين المعادلة $h(x) = -m$ $m \in]-f(\alpha), -f(0)[$
- تقبل ثلاثة حلول حل معدوم وحل موجب وآخر سالب المعادلة $h(x) = -m$ $m = -f(0)$
- تقبل حلين احدهما موجب والآخر سالب المعادلة $h(x) = -m$ $m \in]-f(0), -1[$
- لا تقبل حل $h(x) = -m$ المعادلة $m \in [-1, +\infty[$